Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана Факультет ФН. Кафедра «Высшая математика»

Экзаменационный билет № **1** по курсу**:**

**«**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**»**

МТ**,** РК**,** Э**-5, 1** курс**, 1-**й семестр Модуль **1:** Элементарные функции и пределы

1. Числовая последовательность. Определение предела последова-

тельности, его геометрическая интерпретация. Сходящиеся после- довательности. Основные свойства предела последовательности. Доказать необходимое условие сходимости последовательности. Определение числа «е» (5 баллов).

1. Дать определение непрерывности функции на отрезке и сформу- лировать свойства функции, непрерывной на отрезке. (3 балла).
2. Найти точки разрыва функции и сделать геометрическую интер- претацию вблизи точек разрыва (4 балла):

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана Факультет ФН. Кафедра «Высшая математика»

Экзаменационный билет № **2** по курсу**:**

**«**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**»**

МТ**,** РК**,** Э**-5, 1** курс**, 1-**й семестр

Модуль **1:** Элементарные функции и пределы

1. Общее определение предела функции по Коши при произволь- ном стремлении аргумента. Расшифровка определения и геометри- ческая интерпретация предела для случаев: *x*  *a*  , *x*   . Дока- зать локальную ограниченность функции, имеющей конечный пре- дел и сформулировать теорему о замене переменной в пределе (5 баллов).

*n n* 1

5  2  3

1. Найти предел последовательности lim *n n* 2 . (3 балла).

*n* 2  3  2

*f* ( *x*)  2*x*  8

*x*2  3*x*

1. Сравнить при *x*   функции

arcsin( 1 )

*f* ( *x*) *x* и

*x*  1

Модуль **2:** Дифференциальное исчисление функций одной переменной

1. Сформулировать правило Лопиталя – Бернулли. Примеры. Дока-

*g*( *x*) 

* + . (4 балла)

Модуль **2:** Дифференциальное исчисление функций одной переменной

*x*  3



*x*

зать теорему о сравнении роста показательной, степенной и лога- **4.** Определение экстремума функции. Доказать теорему Ферма

рифмической функций при

*x*   . (5 баллов)

(необходимое условие экстремума). Определение критической и

1. Разложить функцию

*f* ( *x*) 

в точке

*x*0  1 по формуле

стационарной точек функции. Сформулировать достаточное усло-

Тейлора порядка 4 с остаточным членом в форме Пеано (3 балла)

*x*  3

1. Исследовать функцию и построить её график (6 баллов)

*x*  1 *x*2

*y*  2 2

вие экстремума (4 балла).

1. Сформулировать теорему о представлении функции по формуле Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Разложить функцию ln(1 *x*) по формуле Маклорена порядка *n* (4 балла).
2. Исследовать функцию и построить её график (6 баллов)
3. Дополнительные вопросы (по программе)**: (4** балла**)**

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры 25.11.2015 г. Зав. кафедрой «Высшая математика» Н.И. Сидняев

2*x*2  6 **.**

*x*2  2*x*  1

*y* 

**7.** Дополнительные вопросы (по программе)**: (4** балла**)**

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры 25.11.2015 г.

Зав. кафедрой «Высшая математика» Н.И. Сидняев

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана Факультет ФН. Кафедра «Высшая математика»

Экзаменационный билет № **3** по курсу**:**

**«**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**»**

МТ**,** РК**,** Э**-5, 1** курс**, 1-**й семестр Модуль **1:** Элементарные функции и пределы

**1.** Общее определение предела функции по Коши при произвольном

стремлении аргумента. Расшифровка определения и геометрическая интерпретация предела для случаев: *x*  *a*  , *x*   . Сформули- ровать теоремы о локальных свойствах предела функции: (а) о ло- кальной ограниченности функции, имеющей предел; (б) о локальной знакоопределенности функции, имеющей предел, отличный от нуля (о сохранении функцией знака своего предела). Доказать одну из

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана Факультет ФН. Кафедра «Высшая математика»

Экзаменационный билет № **4** по курсу**:**

**«**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**»**

МТ**,** РК**,** Э**-5, 1** курс**, 1-**й семестр Модуль **1:** Элементарные функции и пределы

1. Общее определение предела функции по Коши при произвольном

стремлении аргумента. Расшифровка определения и геометрическая интерпретация предела для случаев: *x*  *a* , *x*   . Сформулировать теоремы: (а) о предельном переходе в неравенстве; (б) о пределе про- межуточной функции. Доказать одну из них (5 баллов).

1. Дать определение эквивалентности двух функций. В качестве при- мера, из второго замечательного предела вывести эквивалентности

них (5 баллов).

1. Дать определение эквивалентности двух функций при данном

(при

*x*  0 ) для функций ln(1  *x*)

и *ax*  1 (3 балла).

стремлении. В качестве примера, из первого замечательного предела вывести эквивалентности (при *x*  0 ) для функций tg *x* и 1  cos *x* (3 балла).

1. Найти точки разрыва функции *f* ( *x*)  sin *x* , сделать гео- метрическую интерпретацию вблизи точек разрыва. (4 балла).
2. Найти предел функции

lim *x*  3 *x*3  6*x*2  5*x*  4  . (4 балла).

*x*

Модуль **2:** Дифференциальное исчисление

функций одной переменной

*x* 4  3*x*  *x*2

Модуль **2:** Дифференциальное исчисление функций одной переменной

1. Определение производной функции в точке, ее геометрический и механический смысл. Определение дифференцируемости функции в
2. Сформулировать правила дифференцирования суммы, произведения и частного двух функций, теорему о производной сложной функции, теорему о производной обратной функции, доказать две из них. (5 бал- лов)

точке. Доказать теорему о связи дифференцируемости и существо-

вания конечной производной. Сформулировать теорему о связи

1. Найти производную функции

*y*  (3  2*x*2 )

2 4 *x*

(3 балла)

дифференцируемости и непрерывности. (5 баллов)

1. Найти производную функции *y*  (tg *x*)cos3  *x*  (3 балла)
2. Исследовать функцию и построить её график

*y*  *x*  (ln *x*  1) (6 баллов)

1. Исследовать функцию и построить её график (6 баллов)
2. Дополнительные вопросы (по программе)**: (4** балла**)**

*y*  4*x*  8

(*x*  1)2

**7.** Дополнительные вопросы (по программе)**: (4** балла**)**

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры 25.11.2015 г. Зав. кафедрой «Высшая математика» Н.И. Сидняев

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры 25.11.2015 г. Зав. кафедрой «Высшая математика» Н.И. Сидняев

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана Факультет ФН. Кафедра «Высшая математика»

Экзаменационный билет № **5** по курсу**:**

**«**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**»**

МТ**,** РК**,** Э**-5, 1** курс**, 1-**й семестр Модуль **1:** Элементарные функции и пределы

1. Определение бесконечно малой функции при данном стремлении

аргумента. Расшифровка и геометрическая интерпретация для слу- чаев *x*  *a*  , *x*   . Доказать теоремы о связи функции, ее пре- дела и бесконечно малой при некотором стремлении аргумента. Сформулировать свойства бесконечно малых функций (5 баллов)

1. Сформулировать теорему о «втором замечательном пределе» , до- казать её следствия. (3 балла).

).

2  3*x*

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана Факультет ФН. Кафедра «Высшая математика»

Экзаменационный билет № **6** по курсу**:**

**«**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**»**

МТ**,** РК**,** Э**-5, 1** курс**, 1-**й семестр Модуль **1:** Элементарные функции и пределы

1. Определение бесконечно малой функции при данном стремлении

аргумента. Расшифровка и геометрическая интерпретация для случаев *x*  *a*  , *x*   . Сформулировать свойства бесконечно малых функ- ций. Доказать одно из них. (5 баллов)

1. Определение порядка малости (или роста) одной функции относи- тельно другой при данном стремлении аргумента. Привести примеры. (3 балла).
2. Найти предел функции

*x*1

lim

3*x*  3

*x*  1



(4

балла

*x*0  2  *x* 

ln(12*x*)

*x*2

(4 балла).

Модуль **2:** Дифференциальное исчисление функций одной переменной

**3.** Найти предел функции.

lim

1. Определение дифференциала функции, его геометрический смысл. Сформулировать правила нахождения дифференциала сум- мы, произведения и частного двух функций. Доказать инвариант-

Модуль **2:** Дифференциальное исчисление функций одной переменной

1. Доказать теорему Коши. Сформулировать теорему Лагранжа, дать геометрическую интерпретацию этой теоремы. (5 баллов)

ность формы первого дифференциала. Определение дифференциа-

1. Найти производную функции

*y*  (2*x*  1)5 

sin 3*x*

лов высших порядков. (5 баллов)

1. Найти производную функции

*y*  (arc tg*x*)*x*2

(3 балла)

cos3 *x*

1. Исследовать функцию и построить её график

(3 балла)

1. Исследовать функцию и построить её график

*x*3

*y*  (6 баллов)

*y*  *x*

ln *x*

(6 баллов)

3  *x*2

1. Дополнительные вопросы (по программе)**:** (4 балла)

**7.** Дополнительные вопросы (по программе)**: (4** балла**)**

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры 25.11.2015 г. Зав. кафедрой «Высшая математика» Н.И. Сидняев

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры 25.11.2015 г.

Зав. кафедрой «Высшая математика» Н.И. Сидняев

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана Факультет ФН. Кафедра «Высшая математика»

Экзаменационный билет № **7** по курсу**:**

**«**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**»**

МТ**,** РК**,** Э**-5, 1** курс**, 1-**й семестр

Модуль **1:** Элементарные функции и пределы

1. Определение бесконечно малой функции при данном стремлении аргумента. Расшифровка и геометрическая интерпретация для слу- чаев *x*  *a* , *x*   . Сформулировать арифметические теоремы о пределах (предел суммы, произведения и частного двух функций). Доказать одну из них. (5 баллов)
2. Дать определение односторонней непрерывности функции в точ- ке. Сформулировать теорему о связи односторонней непрерывности с обычной (двусторонней). (3 балла).

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана Факультет ФН. Кафедра «Высшая математика»

Экзаменационный билет № **8** по курсу**:**

**«**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**»**

МТ**,** РК**,** Э**-5, 1** курс**, 1-**й семестр

Модуль **1:** Элементарные функции и пределы

1. Определение бесконечно большой функции при данном стремлении аргумента. Расшифровка и геометрическая интерпретация для случаев *x*  *a*  , *x*   . Доказать теорему о связи бесконечно большой и бес- конечно малой функций. (5 баллов)
2. Определение непрерывности функции в точке. Дать эквивалентные формулировки. Сформулировать теорему о соответствующем свойстве элементарных функций. (3 балла)
3. Найти предел функции.

lim ln *x*  ctg5* x* . (4 балла).

*x*1

1. Найти точки разрыва функции

*y* 3 . Сделать геометриче-

2  41/ *x*

Модуль **2:** Дифференциальное исчисление функций одной переменной

1. Доказать теорему Ролля. Дать геометрическую интерпретацию этой теоремы. (5 баллов)

 

скую интерпретацию вблизи точек разрыва. (4 балла).

Модуль **2:** Дифференциальное исчисление функций одной переменной

1. Доказать теорему Коши. Сформулировать правило Бернулли –

Лопиталя. (5 баллов)

1. Найти производную функции *y* 

3*x*  1

5*x*  2

arcsin 2 *x*

(3 балла)

1. Найти производную функции

*y*   sin 3*x* 

arctg

*x* (3 балла)

1. Исследовать функцию и построить её график
2. Исследовать функцию и построить её график

*y*   *x*  *e*22*x*

*y*  *x*  2 arcctg *x*

(6 баллов)

(6 баллов)

1. Дополнительные вопросы (по программе): (4 балла)

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры 25.11.2015 г.

Зав. кафедрой «Высшая математика» Н.И. Сидняев

**7.** Дополнительные вопросы (по программе): (4 балла)

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры 25.11.2015 г.

Зав. кафедрой «Высшая математика» Н.И. Сидняев

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана Факультет ФН. Кафедра «Высшая математика»

Экзаменационный билет № **9** по курсу**:**

**«**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**»**

МТ**,** РК**,** Э**-5, 1** курс**, 1-**й семестр Модуль **1:** Элементарные функции и пределы

1. Сформулировать теорему о пределе промежуточной функции.

Доказать теорему о «первом замечательном пределе». Сформулиро- вать ее следствия. (5 баллов)

1. Определение непрерывности функции на отрезке. Сформулиро- вать свойства функции, непрерывной на отрезке. (3 балла)

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана Факультет ФН. Кафедра «Высшая математика»

Экзаменационный билет № **10** по курсу**:**

**«**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**»**

МТ**,** РК**,** Э**-5, 1** курс**, 1-**й семестр Модуль **1:** Элементарные функции и пределы

1. Сравнение функций при данном стремлении аргумента, определение

отношений «~» и «о-малое», примеры. Сформулировать теоремы об эквивалентных функциях. Доказать одну из них.(5 баллов)

1. Дать определение асимптоты графика функции. Сформулировать правила нахождения вертикальных, горизонтальных и наклонных
2. Найти предел функции

lim cos 3*x*(ctg 2*x*) / *x* . (4 балла).

*x*0

асимптот графика функции

*y*  *f* ( *x*)

(3 балла)

Модуль **2:** Дифференциальное исчисление функций одной переменной

* 1. Найти предел функции: (4 балла).

lim

*x*

4 *x*4  6*x*3  5*x*2  3*x*  1  *x* .

* 1. Определение многочлена Тейлора в точке *x*0 для функции *f* ( *x*) .

Доказать теорему о нем (о значениях функции, многочлена Тейлора

Модуль **2:** Дифференциальное исчисление

функций одной переменной

и их производных в точке

*x*0 ). Сформулировать теорему о предста-

1. Дать определение монотонности (возрастания, убывания) функции

вимости функции по формуле Тейлора с остаточным членом в фор- ме Лагранжа. (5 баллов)

1. Найти производную неявно заданной функции:

на интервале. Доказать достаточное условие и сформулировать необ- ходимое условие монотонности дифференцируемой функции.

(5 баллов)

ln *y*  *y*3*e*2*x*  1,

*y*  ?

(3 балла)

1. Найти вторую производную функции, заданной параметрически:

*x x x*  sin3 *t*, *y*  cos2 *t* ,

*y**x**x*  ?

(3 балла)

1. Исследовать функцию и построить её график

*x*3  3*x*

1. Исследовать функцию и построить её график (6 баллов)

*y*  ( *x*  4)  3 *x*

*y* 

*x*2  1

(6 баллов)

1. Дополнительные вопросы (по программе): (4 балла)

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры 25.11.2015 г.

Зав. кафедрой «Высшая математика» Н.И. Сидняев

**7.** Дополнительные вопросы (по программе): (4 балла)

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры 25.11.2015 г.

Зав. кафедрой «Высшая математика» Н.И. Сидняев

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана Факультет ФН. Кафедра «Высшая математика»

Экзаменационный билет № **11** по курсу**:**

**«**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**»**

МТ**,** РК**,** Э**-5, 1** курс**, 1-**й семестр Модуль **1:** Элементарные функции и пределы

1. Определение эквивалентных функций при данном стремлении.

Сформулировать свойства отношения эквивалентности. Вывести эквивалентности для arcsin *x*, ln(1  *x*) и (1  *x*)*a*  1 при *x*  0 . Применение эквивалентностей при вычислении пределов (5 баллов)

1. Определение точки разрыва функции. Классификация точек раз-

рыва. Примеры. (3 балла)

 

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана Факультет ФН. Кафедра «Высшая математика»

Экзаменационный билет № **12** по курсу**:**

**«**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**»**

МТ**,** РК**,** Э**-5, 1** курс**, 1-**й семестр Модуль **1:** Элементарные функции и пределы

1. Определение предела последовательности, его геометрическая ин-

терпретация. Сходящиеся последовательности. Сформулировать ос- новные свойства предела последовательности. Доказать необходимой условие сходимости и сформулировать достаточное условие. Число «е» (5 баллов).

1. Дать определение функции, непрерывной в точке *x*0 , привести рав-

**3.**. Вычислить предел

lim

*x*

3*x*  1

3*x*  1

2 *x* 5

(4 балла).

носильные формулировки. Сформулировать локальные свойства функ- ции, непрерывной в точке х0. (3 балла)

2*x*2  1



sin *x*

Модуль **2:** Дифференциальное исчисление функций одной переменной

1. Определение производной функции, её физический и геометриче- ский смысл. Вывести производные функций sin *x* и *ax* (5 баллов).

**3.**. Сравнить при *x*  0 функции *f* ( *x*)  и *g*( *x*) 

балла).

Модуль **2:** Дифференциальное исчисление функций одной переменной

4  *x*  2 (4

1. Разложить по Формуле Маклорена 3-го порядка с остаточным

**4.** Определение экстремума функции. Доказать необходимое условие

членом в форме Пеано функцию

*f* ( *x*)  ln( *x* 

*x*2  4) (3 балла)

экстремума. Определение критической и стационарной точек функции. Сформулировать достаточное условие экстремума в критической точ-

**6.** Исследовать функцию и построить её график

(6 баллов)

*y*  ln *x*

*x*2

ке. (5 баллов)

**5.** Вычислить предел

*e* *x*  sin *x*  cos(3*x*)

lim

(3 балла)

*x*0 *x*2

**7.** Дополнительные вопросы (по программе) (4 балла)

1. Исследовать функцию и построить её график

(6 баллов)

*y*  2*x*2  6 .

*x*2  2*x*  1

1. Дополнительные вопросы (по программе)**:** (4 балла)

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры 25.11.2015 г.

Зав. кафедрой «Высшая математика» Н.И. Сидняев

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры 25.11.2015 г.

Зав. кафедрой «Высшая математика» Н.И. Сидняев

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана Факультет ФН. Кафедра «Высшая математика»

Экзаменационный билет № **13** по курсу**:**

**«**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**»**

МТ**,** РК**,** Э**-5, 1** курс**, 1-**й семестр Модуль **1:** Элементарные функции и пределы

1. Определение бесконечно малой функции при данном стремлении

аргумента, расшифровать для стремления *x*  *a* . Доказать теорему о связи функции, ее предела и бесконечно малой при некотором стремлении аргумента. Сформулировать свойства бесконечно ма- лых функций, и доказать одно из них. (5 баллов)

1. Определение непрерывности функции в точке и на промежутке. Определение композиции функции и обратной функции. Сформу-

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана Факультет ФН. Кафедра «Высшая математика»

Экзаменационный билет № **14** по курсу**:**

**«**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**»**

МТ**,** РК**,** Э**-5, 1** курс**, 1-**й семестр Модуль **1:** Элементарные функции и пределы

**1.** Определение предела функции и бесконечно малой функции, Сфор-

мулировать свойства бесконечно малых. Сформулировать арифметиче- ские теоремы о пределах (предел суммы, произведения и частного двух функций). Доказать две из них. (5 баллов)

**2.**. Сформулировать теорему о «втором замечательном пределе» и ее следствия. (3 балла)

arctg *x*  1

лировать теоремы о непрерывности: (а) композиции двух функций; (б) обратной функции (3 балла)

**3.**. Найти точки разрыва функции

*y* *x*  1 . Сделать геометриче-

*x*  2

1. Вычислить предел

lim

*x*3

2*x*  8

*x*  1  2

(4 балла).

скую интерпретацию вблизи точек разрыва. (4 балла).

Модуль **2:** Дифференциальное исчисление

Модуль **2:** Дифференциальное исчисление функций одной переменной

1. Доказать теорему Ролля и дать ей геометрическую интерпрета-

функций одной переменной

1. Доказать теорему Лагранжа, дать её геометрическую интерпрета- цию. (5 баллов)

цию. (5 баллов)

1. Разложить функцию

*f* ( *x*)  1

*x*  3

по формуле Тейлора порядка 3,

1. Найти дифференциал функции

*x*3*e*2 *y*  sin( *x*  3*y*)  2 (3 балла)

*y*( *x*) , заданной неявно:

в точке *x*0  1 с остаточным членом в форме Лагранжа (3 балла)

1. Исследовать функцию и построить её график *y*  ( *x*2  *x*)*e* *x*
2. Исследовать функцию и построить её график

(6 баллов)

*y*  *x*  5arcctg *x*

(6 баллов)

1. Дополнительные вопросы (по программе): (4 балла)

**7.** Дополнительные вопросы (по программе): (4 балла)

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры 25.11.2015 г.

Зав. кафедрой «Высшая математика» Н.И. Сидняев

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры 25.11.2015 г.

Зав. кафедрой «Высшая математика» Н.И. Сидняев

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана Факультет ФН. Кафедра «Высшая математика»

Экзаменационный билет № **15** по курсу**:**

**«**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**»**

МТ**,** РК**,** Э**-5, 1** курс**, 1-**й семестр Модуль **1:** Элементарные функции и пределы

**1.** Доказать теорему о «первом замечательном пределе». Сформули-

ровать ее следствия. Доказать два из них. (5 баллов)

**2.**. Сформулировать свойства локального знакопостоянства функ- ции, имеющей предел, теоремы о предельном переходе в неравен- стве и о пределе промежуточной функции. Привести примеры. (3 балла)

*x* 1

**3.** Найти точки разрыва функции *y*  *ex*2 ( *x* 2) . Сделать геометриче- скую интерпретацию вблизи точек разрыва. (4 балла).

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана Факультет ФН. Кафедра «Высшая математика»

Экзаменационный билет № **16** по курсу**:**

**«**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**»**

МТ**,** РК**,** Э**-5, 1** курс**, 1-**й семестр Модуль **1:** Элементарные функции и пределы

1. Дать общее определение предела функции при произвольном стрем-

лении и расшифровать и дать его геометрическую интерпретацию для *x*   и *x*  *a*  , Сформулировать общие свойства предела (о един- ственности, о локальной ограниченности и о локальном знакопостоян- стве) и доказать одно из них. (4 балла)

1. Определение функции, непрерывной на интервале и на отрезке. Сформулировать теоремы о свойствах функции, непрерывной на от- резке. (3 балла)

**3.**.Сравнить при *x*   функции: *f* ( *x*)  arcsin 1  (  *x* ) и

*x*  3

*x*

Модуль **2:** Дифференциальное исчисление функций одной переменной

**4.**. Определение выпуклости функции (её графика) на промежутке. Доказать достаточное условие выпуклости графика. (5 баллов)

*x*  1

*g*( *x*) 

. (4 балла).

Модуль **2:** Дифференциальное исчисление функций одной переменной

2*x*  3

*x*4  5*x*  1

**5.** Разложить функцию

*f* ( *x*) 

в точке

*x*0  3

по формуле

**4.** Определение точки перегиба графика. Доказать необходимое усло-

Тейлора порядка 3 с остаточным членом в Форме Лагранжа. (3 балла)

**6.** Исследовать функцию и построить её график :

вие перегиба графика в данной точке. Сформулировать достаточное условие перегиба. (5 баллов)

**5.** Вычислить предел lim *e*2 *x*  *x*  sin 3*x*  cos *x* (3 балла)

*y*  1  ln *x*

(6 баллов)

*x*0

*x*  ln(1  *x*)

*x*

**7.** Дополнительные вопросы (по программе): (4 балла)

1. Исследовать функцию и построить её график

 1 *x*2

*y*  *x*  *e* 2 (6 баллов)

1. Дополнительные вопросы (по программе): (4 балла)

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры 25.11.2015 г.

Зав. кафедрой «Высшая математика» Н.И. Сидняев

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры 25.11.2015 г.

Зав. кафедрой «Высшая математика» Н.И. Сидняев

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана Факультет ФН. Кафедра «Высшая математика»

Экзаменационный билет № **17** по курсу**:**

**«**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**»**

МТ**,** РК**,** Э**-5, 1** курс**, 1-**й семестр Модуль **1:** Элементарные функции и пределы

1. Определение предела последовательности, его геометрическая

интерпретация. Сходящиеся последовательности. Сформулировать основные свойства предела последовательности. Доказать необхо- димое условие и сформулировать достаточное условие сходимости последовательности. Определение числа «е**»** (5 баллов)

1. Сравнение функций при данном стремлении аргумента, опреде- ление отношений «~» и «о-малое», примеры. Сформулировать свой- ства отношения эквивалентности и необходимое и достаточное ус- ловие эквивалентности двух функций.(3 балла)

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана Факультет ФН. Кафедра «Высшая математика»

Экзаменационный билет № **18** по курсу**:**

**«**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**»**

МТ**,** РК**,** Э**-5, 1** курс**, 1-**й семестр Модуль **1:** Элементарные функции и пределы

**1.** Определение асимптоты графика функции. Виды асимптот. Крите- рий существования горизонтальной и вертикальной асимптот. Вывести формулы для вычисления коэффициентов уравнения наклонной асим- птоты. Примеры (5 баллов)

**2.**. Определение непрерывности функции в точке. Сформулировать теорему о переходе к пределу под знаком непрерывной функции и тео- ремы о непрерывности, связанные с суммой, произведением, частным и композицией двух функций (3 балла).

cos ** *x* 

1. Найти точки разрыва функции

*x*  sin **

*y* *x* . Сделать геометри-

 

**3.**.Найти предел

lim

*x*3

2

log2 (2*x*  5)

(4 балла).

*x*  2

ческую интерпретацию вблизи точек разрыва. (4 балла).

Модуль **2:** Дифференциальное исчисление функций одной переменной

1. Определение дифференциала функции, его геометрический

Модуль **2:** Дифференциальное исчисление функций одной переменной

**4.**. Определение дифференцируемости функции в точке. Доказать тео- ремы о связи дифференцируемости и: (а) существования конечной производной; (б) непрерывности функции в точке. (5 баллов)

смысл. Сформулировать правила нахождения дифференциала сум- мы, произведения и частного двух функций. Доказать инвариант-

1. Найти производную функции

*y*  sin 2*x* arctg(3*x* )

(3 балла)

ность формы первого дифференциала. (5 баллов)

1. Исследовать функцию и построить её график

*y*  *x*  ln2 *x*

1. Вычислить предел

lim ( *x*3  2*x*  4)arcsin(1/ 2*x*) (3 балла)

*x*

(6 баллов)

1. Исследовать функцию и построить её график

*y*  *x*  arcctg(2*x*) (6 баллов) 2

1. Дополнительные вопросы (по программе): (4 балла)

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры 25.11.2015 г.

Зав. кафедрой «Высшая математика» Н.И. Сидняев

**7.** Дополнительные вопросы (по программе): (4 балла)

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры 25.11.2015 г. Зав. кафедрой «Высшая математика» Н.И. Сидняев

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана Факультет ФН. Кафедра «Высшая математика»

Экзаменационный билет № **19** по курсу**:**

**«**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**»**

МТ**,** РК**,** Э**-5, 1** курс**, 1-**й семестр Модуль **1:** Элементарные функции и пределы

1. Дать общее определение предела функции при произвольном

стремлении аргумента. Дать его расшифровку и геометрическую интерпретацию при *x*   и *x*  *a*  . (4 балла)

1. Дать определение бесконечно малой функции. Сформулировать свойства бесконечно малых и доказать одно из них. (4 балла)

3

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана Факультет ФН. Кафедра «Высшая математика»

Экзаменационный билет № **20** по курсу**:**

**«**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**»**

МТ**,** РК**,** Э**-5, 1** курс**, 1-**й семестр Модуль **1:** Элементарные функции и пределы

**1.** Сформулировать локальные свойства функций, имеющих конечный предел и доказать два из них. (5 баллов)

**2.**. Дать определение функции, непрерывной на отрезке. Сформулиро- вать свойства функций, непрерывных на отрезке. Привести примеры, показывающие существенность условий для выполнения этих свойств. (3 балла).

1. Найти предел

lim

3sin

*x* 1 (4 балла).

*x***

(*x*  ** )3

**3.**.Найти предел

lim ( *x*2  3*x*  5) 1  cos 2 

(4 балла).

*x**x*

Модуль **2:** Дифференциальное исчисление функций одной переменной

1. Дать определение локального экстремума функции. Сформулиро- вать первый и доказать второй достаточный признак экстремума. (5 баллов)

Модуль **2:** Дифференциальное исчисление функций одной переменной

**4.**. Доказать необходимое условие локального экстремума функции

(теорему Ферма) (5 баллов)

1. Найти производную функции

4  *x*2

1. Разложить функцию

*f* (*x*)  ln 1 *x*

по формуле Маклорена поряд-

*f* (*x*)  1 *x*

* 2 ln(*x* 

4  *x*2 )  1 ln *x*  2

(3 балла)

ка 3 (4 балла).

1 *x*

2 4 *x*  2

4*x*2

1. Исследовать функцию и построить её график
2. Исследовать функцию и построить её график

*y*  3  *x*2

*y*  (*x* 1)2 *e**x* (6 баллов)

(6 баллов)

1. Дополнительные вопросы (по программе): (4 балла)

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры 25.11.2015 г.

Зав. кафедрой «Высшая математика» Н.И. Сидняев

**7.** Дополнительные вопросы (по программе): (4 балла)

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры 25.11.2015 г. Зав. кафедрой «Высшая математика» Н.И. Сидняев

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана Факультет ФН. Кафедра «Высшая математика»

Экзаменационный билет № **21** по курсу**:**

**«**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**»**

МТ**,** РК**,** Э**-5, 1** курс**, 1-**й семестр Модуль **1:** Элементарные функции и пределы

**1.** Дать общее определение предела функции при произвольном

стремлении аргумента. Дать его расшифровку и геометрическую

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана Факультет ФН. Кафедра «Высшая математика»

Экзаменационный билет № **22** по курсу**:**

**«**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**»**

МТ**,** РК**,** Э**-5, 1** курс**, 1-**й семестр Модуль **1:** Элементарные функции и пределы

1. Сформулировать теорему о втором замечательном пределе. Сформу- лировать следствия из нее и доказать два из них. (3 балла).

интерпретацию при *x*   и *x*  *a*  . (4 балла)

1. Доказать непрерывность функции

*f* (*x*)  sin *x* . Определение элемен-

1. Дать определение эквивалентности бесконечно малых функций. Доказать эквивалентности для arcsin *x* и 1 cos *x* при *x*  0 (4 бал-

тарной функции. Сформулировать теорему о связи понятий элементар- ная функция и непрерывная функция. (4 балла).

ла).

1 2*x*2 1

1. Найти предел

lim (ln(*x* 1)  ln *x*)ctg 1

*x**x*

(4 балла).

**3.**.Найти предел

lim

*x*0

1 cos3 *x*

(4 балла).

Модуль **2:** Дифференциальное исчисление функций одной переменной

1. Дать определение точки перегиба функции. Сформулировать не- обходимое и доказать достаточное условие перегиба. (5 баллов)

Модуль **2:** Дифференциальное исчисление функций одной переменной

**4.**. Сформулировать теорему о разложении функции по формуле Тей- лора с остаточным членом в форме Лагранжа. Разложить функцию

1 *f* (*x*)  sin *x*

по формуле Маклорена. (5 баллов).

1. Разложить функцию



3 *x*

*f* (*x*)  по формуле Тейлора 3-го порядка

1. Найти производную неявно заданной функции

*x*  *y*  *x*3  *y*3  *xy*

в точке

*x*0  8 (4 балла).

(3 балла).

1. Исследовать функцию и построить её график
2. Исследовать функцию и построить её график *y*  *x*

*y*  *x*2

*x*3 1

(6 баллов)

(6 баллов).

(*x* 1)2

1. Дополнительные вопросы (по программе): (4 балла)

3

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры 25.11.2015 г.

Зав. кафедрой «Высшая математика» Н.И. Сидняев

**7.** Дополнительные вопросы (по программе): (4 балла)

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры 25.11.2015 г. Зав. кафедрой «Высшая математика» Н.И. Сидняев

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана Факультет ФН. Кафедра «Высшая математика»

Экзаменационный билет № **23** по курсу**:**

**«**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**»**

МТ**,** РК**,** Э**-5, 1** курс**, 1-**й семестр Модуль **1:** Элементарные функции и пределы

**1.** Дать равносильные определения функции, непрерывной в точке.

Сформулировать теорему о предельном переходе под знаком непре- рывной функции и теоремы о сохранении непрерывности относи-

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана Факультет ФН. Кафедра «Высшая математика»

Экзаменационный билет № **24** по курсу**:**

**«**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**»**

МТ**,** РК**,** Э**-5, 1** курс**, 1-**й семестр Модуль **1:** Элементарные функции и пределы

1. Дать определение предела числовой последовательности. Доказать необходимое условие сходимости и сформулировать достаточное ус- ловие сходимости последовательности. (4 балла)

тельно арифметических операций, доказать одну из них. (4 балла)

1. Найти предел

3

lim cos(1/ *x*)

*x*

(4 балла).

2

1  ln(1  *x*3 )  1

*x*0 4*x* 1

1. Для функции

*f* ( *x*) 

3*x*2  1

cos *x*

выделить главную

1. Выделить главную часть вида

*Cxk*

функции

*y*  (*e*1/

*x*  1) ln

*x*  6

*x*  3

 

часть вида

(4 балла)

*Cxk*

и определить порядок относительно *x* при

*x*  0 .

при *x*   и определить порядок относительно функции 1

*x*

(4 балла).

1. Найти предел

lim 1  *x* sin *x* 1/( *x*** )

*x***

(4 балла).

Модуль **2:** Дифференциальное исчисление

Модуль **2:** Дифференциальное исчисление функций одной переменной

1. Сформулировать и доказать теорему Ролля. (4 балла)
2. Сформулировать теорему о разложении функции по формуле Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Разложить функцию *f* (*x*)  *ex* по формуле Маклорена порядка *n* (вывод). (4 балла).

функций одной переменной

1. Дать определение дифференцируемости функции в точке. Доказать теорему о связи дифференцируемости и непрерывности функции. (4 балла)
2. Доказать теорему Коши. Вывести из нее теорему Лагранжа и дать ее геометрическую интерпретацию. (4 балла)
3. Исследовать функцию и построить её график

*y*  2  2  1 (6 баллов)

*x x*2

1. Исследовать функцию и построить её график

(6 баллов)

*y*  *x*4

*x*3 1

1. Дополнительные вопросы (по программе): (4 балла)

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры 25.11.2015 г.

Зав. кафедрой «Высшая математика» Н.И. Сидняев

**7.** Дополнительные вопросы (по программе): (4 балла)

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры 25.11.2015 г. Зав. кафедрой «Высшая математика» Н.И. Сидняев

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана Факультет ФН. Кафедра «Высшая математика»

Экзаменационный билет № **25** по курсу**:**

**«**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**»**

МТ**,** РК**,** Э**-5, 1** курс**, 1-**й семестр Модуль **1:** Элементарные функции и пределы

**1.** Дать общее определение предела функции при произвольном

стремлении аргумента. Дать его расшифровку для случаев *x*  *a* и

*x*   . Дать геометрическую интерпретацию (4 балла)

21/ *x*

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана Факультет ФН. Кафедра «Высшая математика»

Экзаменационный билет № **26** по курсу**:**

**«**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**»**

МТ**,** РК**,** Э**-5, 1** курс**, 1-**й семестр Модуль **1:** Элементарные функции и пределы

1. Дать определение односторонних пределов функции. Доказать тео- рему о связи односторонних пределов и предела функции. (4 балла).
2. Доказать теорему о первом замечательном пределе. Сформулировать следствия из нее (4 балла).



(1 *x* )10 1

*x*  2 *x*

1. Для функции

*f* (*x*) 

21/ *x*  2

найти точки разрыва, определить их

**3.**.Найти предел

lim

*x*0

(4 балла).

тип и нарисовать эскиз графика функции в окрестности точек раз- рыва. (4 балла)

Модуль **2:** Дифференциальное исчисление функций одной переменной



1. Найти предел

2  1 *x*2 

балла

1. Сформулировать 1-й и 2-й достаточные признаки экстремума функ-

lim  arctg *x*  *x*

 ln  2  (4 ).

*x* 

 2  *x* 

ции. Доказать один из них. (4 балла)

Модуль **2:** Дифференциальное исчисление функций одной переменной

1. Найти производную функции

*y*  (1  ln3

*x*1

*x*) *x*1 . (4 балла)

2

**4.** Сформулировать правило Лопиталя – Бернулли раскрытия неоп-

**6.** Исследовать функцию и построить её график *y*  *x*

ределенностей

(4 балла)

 0  и

 0 

  и доказать его для случая

 

 

 0  .

 0 

(6 баллов)

*x*2  3

1. Дать определение выпуклости графика функции на интервале. Доказать достаточное условие выпуклости. (4 балла).
2. Исследовать функцию и построить её график

*y*  *x*3 ln *x* . (6 баллов)

1. Дополнительные вопросы (по программе): (4 балла)

**7.** Дополнительные вопросы (по программе): (4 балла)

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры 25.11.2015 г.

Зав. кафедрой «Высшая математика» Н.И. Сидняев

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры 25.11.2015 г. Зав. кафедрой «Высшая математика» Н.И. Сидняев